

# Facoltà di Ingegneria

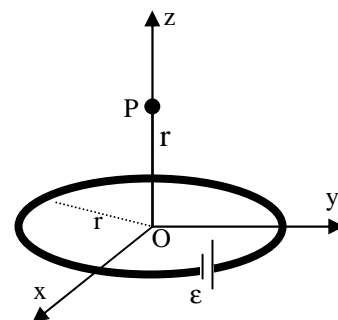
## Esame scritto di Fisica II – 11 feb. 2005

Valori:  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$

### Esercizio n.1

Una spira circolare di raggio  $r$  e sezione quadrata di lato  $d$  (con  $d \ll r$ ) è posta nel piano  $xy$  (vedi figura). Nella spira, che è di materiale conduttore di conducibilità  $\sigma$ , viene inserita una piccola pila di dimensioni trascurabili, di forza elettromotrice  $\epsilon$  e di resistenza interna  $R_p$ . Calcolare:

- la resistenza  $R_s$  della spira (senza pila)
- la corrente  $i$  che circola nella spira (con la pila inserita)
- il modulo del campo magnetico, generato dalla corrente nella spira, nel punto  $O$  centro della spira
- il modulo del campo magnetico, generato dalla corrente nella spira, nel punto  $P$  dell'asse  $z$  a distanza  $r$  dal centro  $O$  della spira



Rispondere quindi alle seguenti domande.

1. la resistenza della spira (senza pila) vale:

- A.  $R_s = \frac{1}{\sigma} \frac{2\pi r}{d^2}$  (\*)
- B.  $R_s = \frac{1}{\sigma} \frac{r}{d^2}$
- C.  $R_s = \sigma \frac{r^2}{2\pi d}$
- D.  $R_s = \frac{1}{\sigma \sqrt{r^2 + d^2}}$

2. la corrente che circola nella spira, con la pila inserita, ha intensità:

- A.  $i = \frac{\epsilon}{R_s}$
- B.  $i = \frac{\epsilon R_s}{R_p + R_s}$
- C.  $i = \frac{\epsilon}{R_p + R_s}$  (\*)
- D.  $i = \frac{\epsilon}{\sqrt{R_p^2 + R_s^2}}$

3. in un punto generico  $Q = (0,0,z)$  dell'asse  $z$ , il campo magnetico generato dalla corrente nella spira è un vettore:

- A. perpendicolare all'asse  $z$
- B. parallelo all'asse  $z$  (\*)
- C. né perpendicolare né parallelo all'asse  $z$
- D. formante un angolo di  $45^\circ$  con l'asse  $z$

4. nel punto  $O \equiv (0,0,0)$ , centro della spira, il modulo del campo magnetico generato dalla corrente nella spira vale:

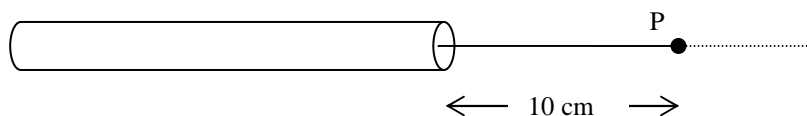
- A.  $B(O) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{r}$
- B.  $B(O) = \frac{\mu_0}{2} i$
- C.  $B(O) = \frac{\mu_0}{2} \frac{i}{d}$
- D.  $B(O) = \frac{\mu_0}{2} \frac{i}{r}$  (\*)

5. nel punto  $P \equiv (0,0,r)$ , il modulo del campo magnetico generato dalla corrente nella spira vale:

- A.  $B(P) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{i}{r}$
- B.  $B(P) = \frac{\mu_o}{4\sqrt{2}} \frac{i}{r} (*)$
- C.  $B(P) = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r}$
- D.  $B(P) = \frac{\mu_o}{\sqrt{2}\pi} \frac{i}{r^2} d$

### Esercizio n.2

Una sbarra di materiale isolante, lunga 20 cm, ha una carica totale  $Q = -75\mu\text{C}$ , uniformemente distribuita su di essa. Le dimensioni trasversali della sbarra sono trascurabili. Calcolare il valore del campo elettrico e del potenziale elettrico nel punto P sull'asse della sbarra, a 10 cm da essa.

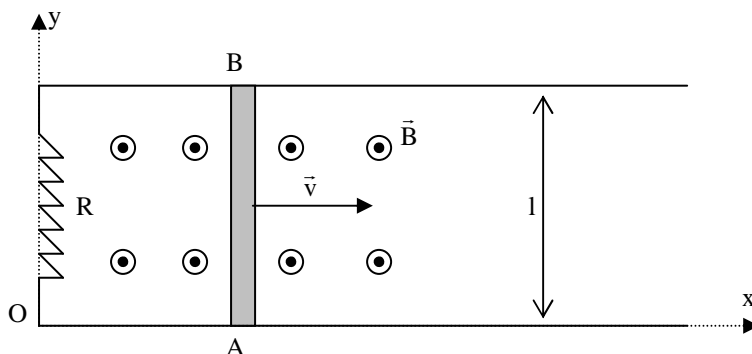


Si risponda quindi alle seguenti domande:

- nel punto P, sull'asse della sbarra, il campo elettrico generato dalla carica sulla sbarra è un vettore:
  - parallelo all'asse della sbarra e rivolto verso destra
  - parallelo all'asse della sbarra e rivolto verso sinistra (\*)
  - perpendicolare all'asse della sbarra
  - nullo
- la densità di carica lineare della sbarra vale:
  - $\lambda = -3.7 \mu\text{C}/\text{m}$
  - $\lambda = -11 \mu\text{C}/\text{m}$
  - $\lambda = -806 \mu\text{C}/\text{m}$
  - $\lambda = -375 \mu\text{C}/\text{m} (*)$
- sull'asse della sbarra, il modulo del campo elettrico generato dalla carica sulla sbarra è
  - proporzionale alla distanza dalla sbarra
  - inversamente proporzionale alla distanza dalla sbarra (\*)
  - proporzionale al quadrato della distanza dalla sbarra
  - inversamente proporzionale al quadrato distanza dalla sbarra
- il campo elettrico, generato dalla carica sulla sbarra, nel punto P ha modulo
  - $E = 2.2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$
  - $E = 1.77 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$
  - $E = 2.25 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}} (*)$
  - $E = 3.15 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{C}}$
- il potenziale elettrico generato dalla carica sulla sbarra nel punto P ha valore (sia nullo il potenziale all'infinito):
  - $V = -3.71 \cdot 10^6 \text{ V} (*)$
  - $V = -3.7 \cdot 10^4 \text{ V}$
  - $V = -8.21 \cdot 10^6 \text{ V}$
  - $V = -8.2 \cdot 10^3 \text{ V}$

### Esercizio n.3

Nel circuito in figura, la sbarra AB, di lunghezza  $l = 1.5 \text{ m}$  e di resistenza  $R_s = 5 \Omega$ , si sposta verso destra e parallelamente a se stessa con velocità costante  $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Nel circuito è inserito un resistore di resistenza  $R = 7 \Omega$ . Il circuito è immerso in un



campo magnetico uniforme ed ortogonale ad esso (uscente dal piano del foglio), di intensità  $B = 5T$ .  
 Calcolare la corrente indotta, la potenza dissipata nel circuito e la potenza necessaria per tenere in moto la sbarra.  
 Ricalcolare l'intensità della corrente indotta nel caso in cui il modulo del campo magnetico varia secondo la legge  $B = kx$  (con  $k$  costante opportuna) e la sbarra parte dalla posizione  $x = 0$  al tempo  $t = 0$ .

Rispondere quindi alle seguenti domande:

11. la corrente indotta nel circuito circola
  - A. in senso orario (\*)
  - B. in senso antiorario
  - C. non è possibile determinarlo con i dati del problema
  - D. prima in senso orario, poi in senso antiorario
12. l'intensità della corrente indotta nel circuito vale
  - A. 125.3 A
  - B. 36.7 A
  - C. 15.5 A
  - D. 2.5 A (\*)
13. la potenza dissipata nel circuito vale
  - A. 75 W (\*)
  - B. 25 W
  - C. 36 W
  - D. 62 W
14. la potenza che occorre fornire alla sbarra per tenerla in movimento vale
  - A. 75 W (\*)
  - B. 25 W
  - C. 36 W
  - D. 62 W
15. con  $B = kx$ , la corrente indotta ha espressione ( $t$  è il tempo):
  - A.  $i = \frac{kl(vt)^2}{R + R_s}$
  - B.  $i = \frac{kv l}{R}$
  - C.  $i = \frac{kv l^2 t}{R + R_s}$
  - D.  $i = \frac{kv^2 l t}{R + R_s}$  (\*)

#### Altre domande

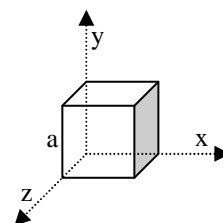
16. La resistività di un metallo, con l'aumentare della temperatura,
  - A. aumenta (\*)
  - B. diminuisce
  - C. resta costante
  - D. diventa nulla
17. Un dipolo elettrico di momento di dipolo  $\vec{p}$  in un campo elettrico uniforme  $\vec{E}$  tale che  $\frac{\vec{E} \cdot \vec{p}}{E p} = \cos \theta$  è soggetto ad un momento meccanico di modulo
  - A. 0
  - B.  $pE \cos \theta$
  - C.  $pE \sin \theta$  (\*)
  - D.  $pE \tan \theta$
18. Un protone avente quantità di moto  $\vec{p}$  e carica elettrica  $q$  entra in una regione con campo di induzione magnetica  $\vec{B}$  ortogonale a  $\vec{v}$ ; la sua traiettoria diventa un arco di circonferenza di raggio di curvatura
  - A.  $\frac{p}{qB}$  (\*)
  - B.  $\frac{qB}{p}$

C.  $\frac{qP}{B}$

D.  $\frac{q}{pB}$

19. Per simmetrizzare le sue famose 4 equazioni, Maxwell introdusse la corrente di spostamento, che corrisponde
- ad un flusso di cariche nel vuoto
  - ad un flusso di cariche in un dielettrico
  - ad una variazione nel tempo del flusso del campo magnetico
  - ad una variazione nel tempo del flusso del campo elettrico (\*)
20. La forza su un filo percorso da una corrente  $i$  e giacente in un piano in cui agisce un campo magnetico uniforme, in generale, dipende
- dalla forma del filo
  - dalla distanza tra gli estremi del filo (\*)
  - dalla lunghezza del filo
  - dal materiale di cui è fatto il filo
21. Due condensatori, rispettivamente di capacità  $C_1$  e  $C_2$ , collegati in parallelo, sono equivalenti ad un singolo condensatore di capacità
- $C_1 + C_2$  (\*)
  - $C_1 - C_2$
  - $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$
  - $\frac{C_1 C_2}{C_1 - C_2}$
22. L'energia immagazzinata nel campo magnetico di una bobina di induttanza  $L$  e percorsa da una corrente  $i$  vale:
- $Li$
  - $\frac{1}{2} L^2 i$
  - $\frac{1}{2} Li^2$  (\*)
  - $\frac{1}{2} L^2 i^2$
23. L'induttanza per unità di lunghezza,  $L$ , di una solenoide ideale di sezione  $A$  e con  $n$  spire per unità di lunghezza è pari a
- $L = \frac{\mu_0 n^2}{A}$
  - $L = \mu_0 n^2 A$  (\*)
  - $L = \mu_0 n A^2$
  - $L = \mu_0^2 n^2 A$
24. Un dipolo elettrico genera un potenziale che
- va come l'inverso del quadrato della distanza dal dipolo (\*)
  - va come l'inverso del cubo della distanza dal dipolo
  - come l'inverso della distanza dal dipolo
  - è zero ovunque
25. Il campo elettrico può cambiare
- la direzione della velocità di una particella carica, ma non il modulo di essa
  - il modulo della velocità di una particella carica, ma non la direzione di essa
  - né il modulo né la direzione della velocità di una particella carica
  - il modulo e la direzione della velocità di una particella carica (\*)
26. In un punto molto vicino alla superficie di un conduttore metallico con densità di carica superficiale  $\sigma$ , ed internamente ad esso, il campo è
- ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
  - ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

- C. parallelo alla superficie del conduttore e di modulo  $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- D. nullo (\*)
27. Il potenziale elettrico in un punto P dello spazio vale V. Una carica q viene portata in P. La sua energia potenziale vale:
- A.  $\frac{1}{2}qV^2$
- B.  $qV$  (\*)
- C.  $\frac{1}{2}qV$
- D.  $\frac{1}{2}q^2V$
28. Il teorema di Gauss vale:
- A. solo quando all'esterno della superficie gaussiana non c'è carica elettrica
- B. solo quando la distribuzione di carica ha una simmetria ben definita (es. sferica, cilindrica, etc.)
- C. per ogni tipo di distribuzione di carica (\*)
- D. solo quando la distribuzione di carica è discreta
29. Il campo elettrico all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio R e carica Q vale:
- A. 0 (\*)
- B.  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- C.  $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$
- D.  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$
30. Trovare il flusso del campo elettrico attraverso la superficie del cubo di lato a della figura a lato, sapendo che il campo ha espressione  $\vec{E} = cx^2\hat{x}$ , con c costante
- A.  $\Phi = ca^2$
- B.  $\Phi = ca^3$
- C.  $\Phi = 4ca^3$
- D.  $\Phi = ca^4$  (\*)



## Soluzioni

### Esercizio n.1

La resistenza della spira vale

$$R_s = \frac{1}{\sigma} \frac{2\pi r}{d^2}$$

Applicando la legge di Kirchhoff delle maglie al circuito costituito dalla spira e dalla piccola pila, si ha:

$$\mathcal{E} - R_p i - R_s i = 0 \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R_p + R_s}$$

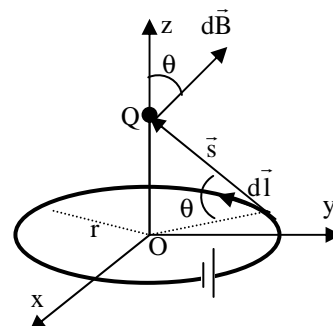
In un punto generico Q dell'asse z,  $Q \equiv (0,0,z)$ , il campo magnetico generato dalla corrente nella spira è parallelo all'asse z, come si vede subito da considerazioni di simmetria. Applicando la 1° formula di Laplace, si ha:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{s}}{s^3}$$

e quindi

$$dB_z = dB \cos \theta = \left| \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\vec{l} \times \vec{s}}{s^3} \right| \cos \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl s}{s^3} \frac{r}{s} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl}{s^3} r$$

Integrando sulla lunghezza la spira, si ottiene



$$B = B_z = \int_0^{2\pi r} \frac{\mu_o}{4\pi} i \frac{dl}{s^3} r = \frac{\mu_o}{4\pi} i \frac{2\pi r}{s^3} r = \frac{\mu_o}{2} i \frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Nei punti  $O \equiv (0,0,0)$  e  $P \equiv (0,0,r)$  il modulo del campo magnetico vale rispettivamente:

$$B(O) = \frac{\mu_o}{2} i \frac{r^2}{(r^2 + 0^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_o}{2} \frac{i}{r}$$

$$B(P) = \frac{\mu_o}{2} i \frac{r^2}{(r^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_o}{2^{\frac{5}{2}}} \frac{i}{r} = \frac{\mu_o}{4\sqrt{2}} \frac{i}{r}$$

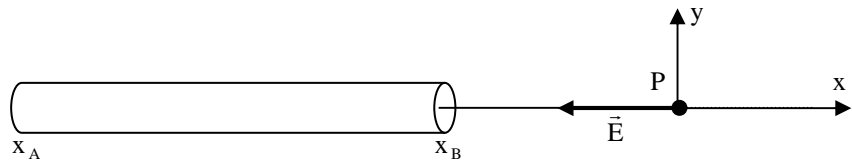
### Esercizio n.2

La densità lineare di carica della sbarra vale

$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{75 \mu C}{0.20 \text{ m}} = 350 \frac{\mu C}{m}$$

Il campo elettrico generato dalla carica negativa sulla sbarra, nel punto P, è parallelo all'asse della sbarra ed è rivolto verso la sbarra.

Riferendosi alla figura, il suo modulo risulta:



$$E = \int_0^E dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_A}^{x_B} \frac{dx}{x^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left( -\frac{1}{x_B} + \frac{1}{x_A} \right) = 2.25 \cdot 10^7 \frac{N}{C}$$

con  $x_A = -0.30\text{m}$  e  $x_B = -0.10\text{m}$ .

Il potenziale elettrico nel punto P vale:

$$V = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_A}^{x_B} \frac{dx}{|x|} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{x_A}^{x_B} \frac{dx}{x} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} (\ln|x_B| - \ln|x_A|) = -3.71 \cdot 10^6 \text{ V}$$

### Esercizio n.3

Per la legge di Lenz, la corrente circola in senso orario. Sulla sbarra agisce una forza verso sinistra che contrasta il moto della sbarra e si oppone all'aumento del flusso magnetico, che è la causa di generazione della corrente stessa.

In accordo alla legge di induzione di Faraday, nel circuito c'è una f.e.m. indotta di modulo:

$$\epsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B v dt l}{dt} = Bvl$$

e quindi una corrente indotta di intensità

$$i = \frac{Bvl}{R + R_s} = 2.5 \text{ A}$$

La potenza che bisogna fornire per tenere la sbarra in moto è uguale a quella dissipata nelle resistenze del circuito

$$P = (R + R_s) i^2 = \frac{B^2 v^2 l^2}{R + R_s} = 75 \text{ W}$$

Con  $B = kx$ , la f.e.m. indotta risulta

$$\epsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B v dt l}{dt} = kxvl = kv^2 lt$$

(essendo  $x = vt$ ) e la corrente indotta è di conseguenza

$$i = \frac{\epsilon}{R + R_s} = \frac{kv^2 lt}{R + R_s}$$